

# Aus Kapitel 21

## Aufgaben

**21.1 •** Der Quotient aus der technischen Leistung und dem Wärmestrom ist für einen einstufigen Verdichter gleich  $-8$ . Die dimensionslose technische Leistung  $\dot{W}_t/(\dot{m}RT_1)$  ist gleich 2. Das Arbeitsmedium Argon ist als ideales Gas zu behandeln. Berechnen Sie das Druckverhältnis, wenn polytrope Verdichtung angenommen wird.

**Ausführliche Lösung:** Aus den Beziehungen aus dem im Abschn. 21.2 gegebenem Beispiel, erhalten wir:

$$\dot{W}_t = \frac{n}{n-1} \dot{m}RT_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad \text{und}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}RT_1 \frac{n-\kappa}{(n-1)(\kappa-1)} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]$$

und somit:

$$\frac{\dot{W}_t}{\dot{Q}} = \frac{n(\kappa-1)}{n-\kappa} = -8.$$

Mit dem Isentropenexponenten für Argon als einatomiges ideales Gas ( $\kappa = 5/3$ , siehe Kap. 18) ergibt sich daraus für den Polytropenexponenten:

$$n = \frac{8\kappa}{\kappa+7} = \frac{20}{13}.$$

Für das Druckverhältnis erhalten wir mit:

$$\frac{\dot{W}_t}{\dot{m}RT_1} = \frac{n}{n-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = 2$$

den Wert  $\frac{p_2}{p_1} = 4,553$ .

**21.2 ••** Ein Diesel-Prozess soll pro Umlauf die gleiche Arbeit abgeben wie ein Otto-Prozess. Folgende Größen sind bei beiden Prozessen gleich:

Hubvolumen  $V_H = 1500 \text{ cm}^3$ , Ansaugzustand mit  $T = 323 \text{ K}$  und  $p = 1 \text{ bar}$ , ideales Gas mit  $\kappa = 1,4$ .

Für den Otto-Prozess ist das Verdichtungsverhältnis gleich 8; für den Diesel-Prozess ist das Verdichtungsverhältnis gleich 16 und das Einspritzverhältnis gleich 1,58.

Welche Werte nehmen die Zustandsgrößen  $p, V$  und  $T$  in den Eckpunkten der Teilprozesse an?

Wie groß sind die thermischen Wirkungsgrade der beiden Prozesse?

**Ausführliche Lösung:** Die thermischen Wirkungsgrade konnten für beide Prozesse mit den gegebenen Angaben (Luft als ideales Gas mit  $\kappa = 1,4$ ) für den Otto-Prozess ( $\varepsilon_O = 8$ ) und für den Diesel-Prozess ( $\varepsilon_D = 16$ ,  $\varphi = 1,58$ ) aus (21.27) und (21.28) direkt ermittelt werden:

$$\eta_{\text{th,Otto}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon_O^{\kappa-1}} = 0,565,$$

$$\eta_{\text{th,Diesel}} = 1 - \frac{\varphi^{\kappa} - 1}{\varepsilon_D^{\kappa-1} \kappa (\varphi - 1)} = 0,635.$$

Kreisprozesse für offene oder geschlossene Systeme können wie erwähnt unter Verwendung spezifischer oder absoluter Größen analysiert werden. Wie werden hier für das vorliegende Beispiel absolute Größen verwendet, um diesen Zusammenhang zu den vorherigen Betrachtungen deutlich zu machen.

Der Diesel-Prozess ist durch die vorhandenen Angaben vollständig charakterisiert. Die vollständigen Parameter des Otto-Prozesses erhalten wir erst aus der Angabe, dass die abgegebenen Arbeiten für beide Prozesse gleich sein sollen, um daraus das Temperaturverhältnis  $T_3/T_1$  zu ermitteln. Betrachten wir die einzelnen Zustandsänderungen und Größen anhand der direkt gegebenen Parameter und dieses Temperaturverhältnisses, so lassen sich diese in der unten stehenden Tabelle darstellen.

Parameter	Diesel-Prozess	Otto-Prozess
$V_H =$	$V_1 - V_2$	$V_1 - V_2$
$\varepsilon =$	$V_1/V_2$	$V_1/V_2$
$V_1 =$	$V_H(\varepsilon/(\varepsilon-1))$	$V_H(\varepsilon/(\varepsilon-1))$
$V_2 =$	$V_H(1/(\varepsilon-1))$	$V_H(1/(\varepsilon-1))$
$V_3 =$	$V_2\varphi = V_H(\varphi/(\varepsilon-1))$	$V_2 = V_H(1/(\varepsilon-1))$ (isochor)
$V_4 =$	$V_1$ (isochor)	$V_1$ (isochor)
$p_2 =$	$p_1\varepsilon^{\kappa}$ (rev. adiabat)	$p_1\varepsilon^{\kappa}$ (rev. adiabat)
$T_2 =$	$T_1\varepsilon^{\kappa-1}$ (rev. adiabat)	$T_1\varepsilon^{\kappa-1}$ (rev. adiabat)
$p_3 =$	$p_2 = p_1\varepsilon^{\kappa}$ (isobar)	$p_2(T_3/T_1)(T_1/T_2) = p_1\varepsilon^{\kappa}(T_3/T_1)(1/(\varepsilon^{\kappa-1}))$ (isochor)
$T_3 =$	$T_2\varphi = T_1\varphi\varepsilon^{\kappa-1}$ (isobar)	$T_1(T_3/T_1)$
$p_4 =$	$p_1\varphi^{\kappa}$ (isochor)	$p_1(T_3/T_1)(T_4/T_3) = p_1(T_3/T_1)(1/(\varepsilon^{\kappa-1}))$ (isochor)
$T_4 =$	$T_1(p_4/p_1) = T_1\varphi^{\kappa}$ (isochor)	$T_1(T_3/T_1)(T_4/T_3) = T_1(T_3/T_1)(1/(\varepsilon^{\kappa-1}))$ (rev. adiabat)

Die abgegebene Arbeit des Diesel-Prozesses ergibt sich je Zyklus aus

$$W_D = Q_{23} + Q_{41} = mc_p(T_3 - T_2) + mc_v(T_1 - T_4).$$

Für ein ideales Gas als Arbeitsmedium gilt:

$$m = \frac{pV}{RT}, c_p = R \frac{\kappa}{\kappa - 1} \quad \text{und} \quad c_v = R \frac{1}{\kappa - 1}.$$

Das Einsetzen der Beziehungen für den Diesel-Prozess mit

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$$

ergibt:

$$W_D = p_1 V_H \frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_D - 1} \frac{1}{\kappa - 1} (\kappa \varphi \varepsilon_D^{\kappa-1} - \kappa \varepsilon_D^{\kappa-1} + 1 - \varphi^\kappa)$$

und mit den aktuellen Parametern für den Diesel-Prozess ( $\varepsilon_D = 16$ ,  $\varphi = 1,58$ ) sowie den Hauptgrößen ( $V_H = 1500 \text{ cm}^3$ , Ansaugzustand mit  $T_1 = 323 \text{ K}$  und  $p_1 = 1 \text{ bar}$ , ideales Gas mit  $\kappa = 1,4$ ):

$$W_D = 625,7 \text{ J}.$$

Für den Otto-Prozess ergibt sich:

$$\begin{aligned} W_O &= Q_{23} + Q_{41} \\ &= mc_v(T_3 - T_2) + mc_v(T_1 - T_4) \\ &= p_1 V_H \frac{\varepsilon_O}{\varepsilon_O - 1} \frac{1}{\kappa - 1} \left( \frac{T_3}{T_1} - \varepsilon_O^{\kappa-1} + 1 - \frac{T_3}{T_1} \frac{1}{\varepsilon_O^{\kappa-1}} \right) \end{aligned}$$

und mit

$$W = W_D = W_O$$

daraus der Wert für  $T_3/T_1$ :

$$\begin{aligned} \frac{T_3}{T_1} &= \left[ \frac{W(\varepsilon_O - 1)(\kappa - 1)}{p_1 V_H \varepsilon_O} + \varepsilon_O^{\kappa-1} - 1 \right] / \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon_O^{\kappa-1}} \right) \\ &= 4,88. \end{aligned}$$

Somit lassen sich nun alle Zustandsgrößen in den Eckpunkten der Teilprozesse bestimmen und sind in nachfolgender Tabelle angegeben.

Prozess	Parameter	Zustand 1	Zustand 2	Zustand 3	Zustand 4
Otto	$p$ (bar)	1	18,4	39,1	2,13
	$T$ (K)	323	742	1577	686
	$V$ (cm <sup>3</sup> )	1714	214	214	1714
Diesel	$p$ (bar)	1	48,5	48,5	1,90
	$T$ (K)	323	979	1547	612
	$V$ (cm <sup>3</sup> )	1600	100	158	1600

**21.3** ••• Eine Pkw-Klimaanlage soll für den Betrieb mit dem Kältemittel R744 (Kohlendioxid) ausgelegt werden. Der Kreisprozess soll mittels eines einstufigen Prozesses realisiert werden, der sich aus dem folgenden Anfangszustand und den angegebenen Zustandsänderungen zusammensetzt.

Anfangszustand 1:  $p_1 = 37,7 \text{ bar}$  und  $T_1 = 283,15 \text{ K}$ ,

- 1 → 2: adiabate Verdichtung vom Zustand 1 bis zum Zustand 2,  $p_2 = 72,31 \text{ bar}$  mit einem isentropen Verdichterwirkungsgrad  $\eta_{sV} = 0,70$ ,
- 2 → 3: isobare Enthitzung des Gases bis zum Zustand 3,  $T_3 = 303,15 \text{ K}$ , gesättigter Dampf,
- 3 → 4: isobare Wärmeabfuhr im Kondensator bis zum Zustand 4, gesättigte Flüssigkeit,
- 4 → 5: isobare Unterkühlung von 7 K im Zustand 5,
- 5 → 6: adiabate Drosselung auf den Druck  $p_6 = 37,7 \text{ bar}$ ,
- 6 → 7: isobare Wärmezufuhr bei  $T = 276,15 \text{ K}$  im Verdampfer bis zum Zustand 7, gesättigter Dampf,
- 7 → 1: isobare Überhitzung von 7 K bis zur Temperatur  $T_1 = 283,15 \text{ K}$

Die Klimaanlage soll eine Kälteleistung von  $\dot{Q}_0 = 7 \text{ kW}$  besitzen.

Der kritische Druck des Kohlendioxids ist  $p_{\text{krit}} = 73,834 \text{ bar}$  mit der entsprechenden kritischen Temperatur  $T_{\text{krit}} = 304,2 \text{ K}$ . Die Stoffdaten für Kohlendioxid sind in den beiden folgenden Tabellen Gasgebiet und Nassdampfgebiet angegeben.

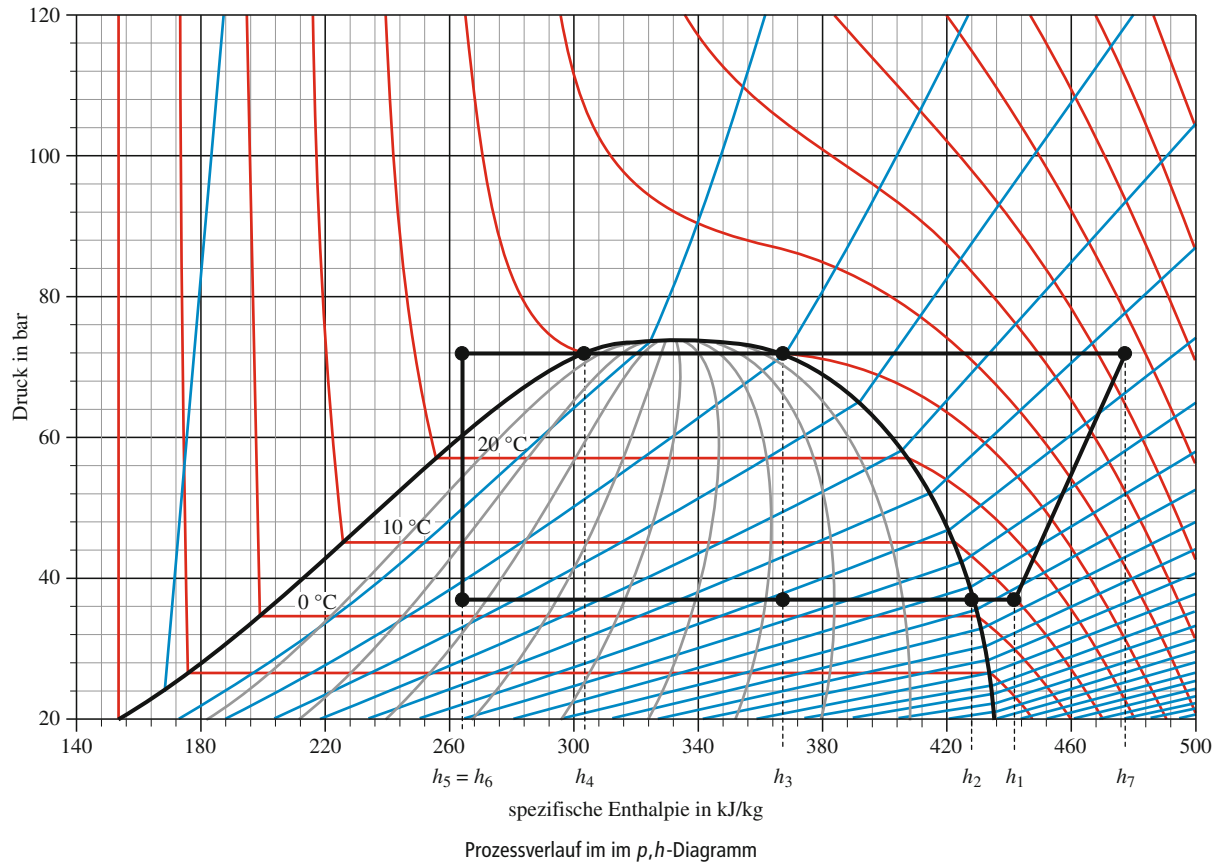
Gasgebiet				
$p$ in bar	$T$ in K	$v$ in m <sup>3</sup> /kg	$h$ in kJ/kg	$s$ in kJ/(kg K)
37,00	288,15	0,0109768	450,832	1,908
37,00	283,15	0,0104530	443,136	1,881
38,00	283,15	0,0100275	441,038	1,870
72,31	316,35	0,0053186	439,812	1,789
72,31	330,45	0,0062729	467,030	1,873
80,00	323,15	0,0045620	436,312	1,763
80,00	341,41	0,0056712	472,989	1,874

Nassdampfgebiet							
$p$ in bar	$T$ in K	$v'$ in m <sup>3</sup> /kg	$v''$ in m <sup>3</sup> /kg	$h'$ in kJ/kg	$h''$ in kJ/kg	$s'$ in kJ/(kg K)	$s''$ in kJ/(kg K)
33,94	272,15	0,00107	0,01057	197,549	431,475	0,991	1,851
37,70	276,15	0,00110	0,00931	207,392	428,997	1,026	1,828
38,19	276,65	0,00110	0,00916	208,650	428,643	1,030	1,825
39,69	278,15	0,00112	0,00873	212,461	427,513	1,043	1,816
72,31	303,15	0,00168	0,00290	304,680	365,418	1,344	1,544

1. Skizzieren Sie den Kreisprozess im  $p, h$ -Diagramm.
2. Bestimmen Sie die Enthalpien  $h_1$  bis  $h_7$ ! Benutzen Sie für die Berechnung des Prozesses  $4 \rightarrow 5$  die spezifische isobare Wärmekapazität von flüssigem  $\text{CO}_2$ ,  $c_p = 5,537 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ .
3. Berechnen Sie die Kälteleistungszahl  $\varepsilon_K$  dieses Systems unter der Annahme, dass die gesamte im Verdampfer umgesetzte Leistung zur Kälteleistung beiträgt.
4. Berechnen Sie den Massenstrom und die Antriebsleistung des Verdichters.

### Ausführliche Lösung:

#### 1. Diagramm



2. Anfangszustand 1 (37,7 bar und 283 K)  
Aus der zweiten Tabelle für das Gasgebiet wird eine lineare Interpolation durchgeführt, um die Werte für  $h_1$  und  $s_1$  zu bestimmen:

$$\frac{h_1 - h_{37 \text{ bar}}}{h_{38 \text{ bar}} - h_{37 \text{ bar}}} = \frac{37,70 \text{ bar} - 37 \text{ bar}}{38 \text{ bar} - 37 \text{ bar}} = 0,7 \quad \text{und}$$

$$\frac{s_1 - s_{37 \text{ bar}}}{s_{38 \text{ bar}} - s_{37 \text{ bar}}} = \frac{37,70 \text{ bar} - 37 \text{ bar}}{38 \text{ bar} - 37 \text{ bar}} = 0,7$$

und daraus

$$\begin{aligned} h_1 &= 443,136 \text{ kJ/kg} + (441,038 - 443,136) \text{ kJ/kg} \cdot 0,7 \\ &= 441,668 \text{ kJ/kg}, \\ s_1 &= 1,881 \text{ J/(kg K)} + (1,870 - 1,881) \text{ J/(kg K)} \cdot 0,7 \\ &= 1,873 \text{ J/(kg K)}. \end{aligned}$$

Prozess 1 → 2:

Aus der zweiten Tabelle bestimmt man die Enthalpie für die reversibel adiabate (isentrop) Verdichtung:

$$h_{2,\text{rev}} = 467,030 \text{ kJ/kg}$$

und mit der Definition des isentropen Wirkungsgrades die Enthalpie im Zustandspunkt 2:

$$\eta_{\text{sv}} = \frac{h_{2,\text{rev}} - h_1}{h_2 - h_1} = 0,70 \text{ und damit } h_2 = 477,90 \text{ kJ/kg}.$$

Prozess 2 → 3: Aus der ersten Tabelle für das Nassdampfgebiet:  $h_3 = 365,418 \text{ kJ/kg}$ .

Prozess 3 → 4: Aus der ersten Tabelle für das Nassdampfgebiet:  $h_4 = 304,680 \text{ kJ/kg}$ .

Prozess 4 → 5: Für die isobare Unterkühlung:  $q_{45} = h_5 - h_4 = c_p(T_5 - T_4) = 5,537 \text{ kJ/(kg K)} \cdot (-7 \text{ K})$

Damit:  $h_5 = 265,921 \text{ kJ/kg}$ .

Prozess 5 → 6: Adiabate isenthalpe Drosselung:  $h_6 = h_5 = 265,921 \text{ kJ/kg}$ .

Prozess 6 → 7: Aus der ersten Tabelle für das Nassdampfgebiet:  $h_7 = 428,997 \text{ kJ/kg}$ .

3. Nach (21.46) gilt:

$$\varepsilon_{\text{K, Kaltdampf}} = \frac{h_1 - h_6}{h_2 - h_1} = \frac{441,668 - 265,921}{477,90 - 441,668} = 4,85.$$

4. Aus dem 1. Hauptsatz folgt für den Verdampfer:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_0 &= \dot{m}(h_1 - h_6) \text{ folgt} \\ \dot{m} &= \frac{7000 \text{ W}}{(441,668 - 265,921) \text{ kJ/kg}} = 0,0398 \text{ kg/s}. \end{aligned}$$

Der 1. Hauptsatz liefert für stationäre adiabate Prozesse am Verdichter:

$$\begin{aligned} \dot{W}_t &= - \sum_k \dot{m}_k h_k \text{ und damit} \\ \dot{W}_t &= \dot{m}(h_2 - h_1) \\ &= 0,0398 \text{ kg/s} \cdot (477,90 - 441,668) \text{ kJ/kg} \\ &= 1,44 \text{ kW}. \end{aligned}$$

**21.4 ••** Die Klimaanlage eines  $V = 240 \text{ m}^3$  großen Raums ist so bemessen, dass in einem Zeitraum von einer Stunde die Luft gerade viermal vollkommen erneuert wird. In dem Raum arbeiten 20 Menschen, von

denen jeder pro Stunde durchschnittlich  $400 \text{ kJ}$  Wärme und  $0,045 \text{ kg}$  Wasser (flüssig) an die Raumluft abgibt.

Die Luft in dem Raum soll die Temperatur  $\vartheta_4 = 25^\circ \text{C}$  und die relative Feuchtigkeit  $\varphi_4 = 0,7$  nicht übersteigen, d. h., sie wird mit diesem Zustand 4 aus dem Raum abgesaugt. Der Druck im Raum ist gleich dem Umgebungsdruck von  $1 \text{ bar}$ .

Die Gaskonstante für trockene Luft soll mit  $R_L = 287 \text{ J/(kg K)}$  angenommen werden. Die spezifische Wärmekapazität des Wassers ist  $c_W = 4,19 \text{ kJ/(kg K)}$ .

Verwenden Sie zur Lösung der Teilaufgaben auch das maßstäbliche  $h,x$ -Diagramm, wo immer es angebracht ist!

- Bestimmen Sie die Dichte der abgesaugten Reinluft (trockene Luft)! Wie groß ist der Massenstrom  $\dot{m}_L$  der im Raum ausgetauschten trockenen Luft? Der Sättigungsdruck des Wassers bei  $25^\circ \text{C}$  ist aus der Wasserdampf-tafel bekannt zu  $p_s(25^\circ \text{C}) = 0,0317 \text{ bar}$ .
- In welchem Zustand ( $x_3, \vartheta_3$ ) muss die Luft dem Raum zugeführt werden?
- Es steht Umgebungsluft des Zustandes 1 ( $\vartheta_1 = -5^\circ \text{C}$ ,  $\varphi_1 = 0,8$ ) zur Verfügung. Diese Luft wird durch Wärmezufuhr auf die Temperatur  $\vartheta_2$  gebracht. Mit der nachfolgenden Einspritzung von flüssigem Wasser  $\dot{m}_{W23}$  (Temperatur  $\vartheta_W = 10^\circ \text{C}$ ) erreicht der Luftstrom den gewünschten Zustand 3. Ermitteln Sie

- die Temperatur  $\vartheta_2$ ,
  - die für die Erwärmung von  $\vartheta_1$  auf  $\vartheta_2$  erforderlichen Wärmestrom  $\dot{Q}_{12}$  und die einzuspritzende Wassermenge  $\dot{m}_{W23}$ .
- Kann bei der Vermischung der abgesaugten Luft vom Zustand 4 mit der Umgebungsluft vom Zustand 1 Nebelbildung auftreten?

#### Ausführliche Lösung:

- Die Dichte der abgesaugten Reinluft (trockene Luft) ermittelt sich für Luft als ideales Gas aus

$$\rho_L = \frac{p_L}{R_L T_4} \text{ und mit}$$

$$\begin{aligned} p_L &= p - \varphi_4 \cdot p_s(T_4) = 0,9778 \text{ bar} \text{ erhalten wir} \\ \rho_L &= 1,143 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

Der Massenstrom der ausgetauschten (trockenen) Luft beträgt:

$$\begin{aligned} \dot{m}_L &= \rho_L (4\dot{V}) \\ &= 1,143 \text{ kg/m}^3 (4 \cdot 240 \text{ m}^3/\text{h}) = 1097,3 \text{ kg/h}. \end{aligned}$$

- Zur Ermittlung des Zustandes 3 ( $x_3, \vartheta_3$ ) der Luft vor Eintritt in den Raum betrachten wir zunächst die Wasserbilanz:

$$x_3 = x_4 - \frac{\dot{m}_{W34}}{\dot{m}_L}.$$

Der Zustand 4 ermittelt sich dabei aus dem  $h,x$ -Diagramm mit:

$$\varphi_4 = 0,7 \quad \text{und} \quad \vartheta_4 = 25^\circ\text{C} \quad \text{zu}$$

$$x_4 \approx 14 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}} \quad \text{und} \quad h_4 = 61 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}}$$

und somit:

$$x_3 = 13,18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}}.$$

Die Temperatur im Zustand 3 ermitteln wir aus der Energiebilanz zwischen den Zuständen 3 und 4:

$$h_3 = h_4 - \frac{\dot{Q}_{34}}{\dot{m}_L} = 53,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}}$$

Daraus können wir nun im  $h,x$ -Diagramm ablesen:

$$x_3 \approx 13,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}};$$

$$h_3 = 53,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}} \quad \text{und} \quad \vartheta_3 = 20^\circ\text{C}; \varphi_3 = 0,9.$$

3. Zur Ermittlung der Temperatur nach der Erwärmung der Umgebungsluft muss der Zustand 2 im  $h,x$ -Diagramm ermittelt werden. Bei der Erwärmung  $1 \rightarrow 2$  ändert sich der Wassergehalt nicht, d. h.

$$x_2 = x_1.$$

Bei der Wassereinspritzung  $2 \rightarrow 3$  ist die Richtung der Zustandsänderung durch

$$\frac{dh}{dx} = h_W = c_W \vartheta_W = 41,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

gegeben. Damit können wir im  $h,x$ -Diagramm ablesen:

$$x_2 \approx 2,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}};$$

$$h_2 = 53,0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{Reinluft}}}; \quad \vartheta_2 = 47^\circ\text{C}.$$

Die erforderliche Wärmezufuhr ergibt sich nun aus:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_L (h_2 - h_1) = 16,2 \text{ kW}$$

und die einzuspritzende Wassermenge aus:

$$\dot{m}_{W23} = \dot{m}_L (x_3 - x_2) = 12,27 \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{h}}.$$

4. Um Herauszufinden, ob Nebelbildung bei der Abluftvermischung möglich ist, zeichnen wir die Mischungsgerade von 1 nach 4 und erkennen im  $h,x$ -Diagramm, dass diese teilweise im Nebelgebiet (unterhalb von  $\varphi = 1$ ) verläuft. Somit ist Nebelbildung möglich.